CAPÍTULO 1

NÚMEROS REALES

Reseña HISTÓRICA

Los números naturales tienen su origen en una necesidad tan antigua como lo son las primeras civilizaciones: la necesidad de contar.

El hombre primitivo identificaba objetos con características iguales y podía distinguir entre uno y otro; pero no le era posible captar la cantidad a simple vista. Por ello empezó a representar las cantidades mediante marcas en huesos, trozos de madera o piedra; cada marca representaba un objeto observado, así concibió la idea del número.

Para el siglo X d. C. el matemático y poeta Omar Khayyam estableció una teoría general de número y añadió algunos elementos a los números racionales, como son los irracionales, para que pudieran ser medidas todas las magnitudes.

Sólo a finales del siglo XIX se formalizó la idea de continuidad y se dio una definición satisfactoria del conjunto de los números reales; los trabajos de Cantor, Dedekind, Weierstrass, Heine y Meray, entre otros, destacan en esta labor.

Omar Khayyam
(1048-1122)

Clasificación

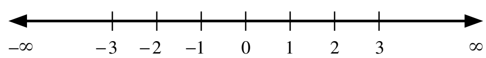
El hombre ha tenido la necesidad de contar desde su aparición sobre la Tierra hasta nuestros días, para hacerlo se auxilió de los números 1, 2, 3, 4, 5,…, a los que llamó números naturales. Números que construyó con base en el principio de adición; sin embargo, pronto se dio cuenta de que este principio no aplicaba para aquellas situaciones en las que necesitaba descontar. Es entonces que creó los números negativos, así como el elemento neutro (cero), que con los números naturales forman el conjunto de los números enteros, los cuales son:

$$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

Asimismo, se percató que al tomar sólo una parte de un número surgían los números racionales, que se expresan como el cociente de 2 números enteros, con el divisor distinto de cero, ejemplo: $\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{0}{5}, \frac{6}{1}, -\frac{8}{2}, \ldots$

Aquellos números que no es posible expresar como el cociente de 2 números enteros, se conocen como números irracionales: $\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[5]{81}, \pi, \ldots$

Al unir los números anteriores se forman los números reales, los cuales se representan en la recta numérica.



Propiedades

Los números reales son un conjunto cerrado para la suma y la multiplicación, lo que significa que la suma o multiplicación de números reales da como resultado otro número real. De lo anterior se desprenden las siguientes propiedades:

Propiedad	Suma	Multiplicación	Ejemplos
Cerradura	$a + b \in R$	$a \cdot b \in R$	$3 + 5 = 8 \in R$ $(2)(-3) = -6 \in R$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ $(2)\left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)(2)$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(b \cdot c) = (a \cdot b)c$	$\sqrt{5} + (3 + 4) = (\sqrt{5} + 3) + 4$ $3 \cdot (2 \cdot 5) = (3 \cdot 2) \cdot 5$
Elemento neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$	$5 + 0 = 5$ $7 \cdot 1 = 7$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$	$2 + (-2) = 0$ $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$		$2(7 + 3) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3$ $5 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 5(4 + 8)$

Valor absoluto de un número

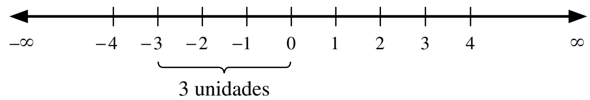
Es la distancia que existe desde cero hasta el punto que representa a dicha cantidad en la recta numérica. El valor absoluto de un número a se representa como $|a|$.

EJEMPLOS

1 Determina el valor absoluto de -3.

Solución

Se representa -3 en la recta numérica:

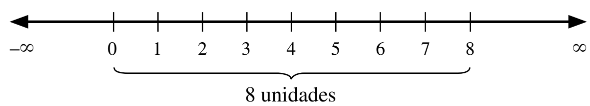


De cero a -3 se observa que hay 3 unidades de distancia, por tanto, el valor absoluto de -3 es igual a 3 y se representa como: $|-3| = 3$.

2 Encuentra el valor de $|8|$.

Solución

En la recta numérica la distancia entre el origen y 8 es de 8 unidades, por consiguiente, $|8| = 8$



3 ¿Cuál es el valor absoluto de $\left|-\frac{7}{2}\right|$?

Solución

En la recta numérica hay siete medios de distancia entre el cero y el punto dado, por tanto: $\left|-\frac{7}{2}\right| = \frac{7}{2}$

EJERCICIO 6

Determina:

1. $|-10|$
2. $\left|\frac{7}{4}\right|$
3. $|-9|$
4. $\left|\frac{5}{2}\right|$
5. $\left|-\frac{1}{3}\right|$
6. $|-2.5|$
7. $\left|-\frac{13}{9}\right|$
8. $\left|\frac{9}{3}\right|$
9. $|3.2|$
10. $|-6.8|$
11. $|0|$
12. $|-0.0001|$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente